

# Mathematica LAB 2

## Uppgift 1

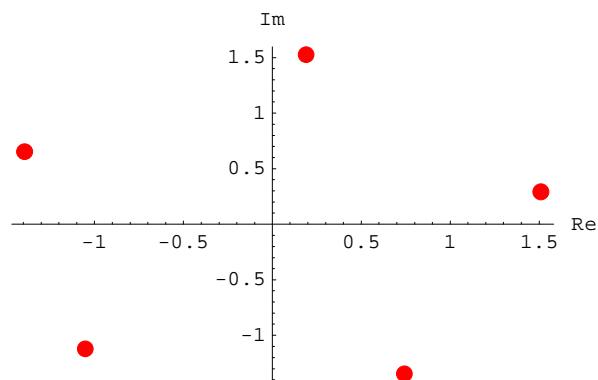
```
Clear["`*"]
ekv = z5 == 7 j + 5;
lös = NSolve@ekv

8z → -1.39257 + 0.652552 I<, 8z → -1.05094 - 1.12277 I<, 8z → 0.190285 + 1.52606 I<,
8z → 0.743054 - 1.34646 I<, 8z → 1.51018 + 0.290608 I<<
```

```
8z1, z2, z3, z4, z5< = z •. lös
```

```
8-1.39257 + 0.652552 I, -1.05094 - 1.12277 I, 0.190285 + 1.52606 I,
0.743054 - 1.34646 I, 1.51018 + 0.290608 I<
```

```
p1 = Point@8Re@z1D, Im@z1D<D;
p2 = Point@8Re@z2D, Im@z2D<D;
p3 = Point@8Re@z3D, Im@z3D<D;
p4 = Point@8Re@z4D, Im@z4D<D;
p5 = Point@8Re@z5D, Im@z5D<D;
Show@Graphics@8PointSize@0.03D, RGBColor@1, 0, 0D, p1, p2, p3, p4, p5<,
Axes -> True, AxesLabel -> 8"Re", "Im"<DD;
```



```
avst = Abs@z1 - z2D
```

```
1.80789
```

Är avståndet mellan två punkter i talplanet

```
avst * 5
```

Avståndet mellan alla punkter är densamma

```
9.03945
```

```
diag = Abs@z2 - z3D
```

Diagonalen är densamma mellan två punkter mitt emot varandra

2.92523

## Uppgift 2

```

Clear["`*"D
z1 = a + b * j;
z2 = a - b * j;
re = ComplexExpand@Re@H3 + 4 jL z1 + H4 - 7 jL z2 + 2 * z1 * z2DD
7 a + 2 a^2 - 11 b + 2 b^2

im = ComplexExpand@Im@H3 + 4 jL z1 + H4 - 7 jL z2 + 2 * z1 * z2DD
-3 a - b

ekv2 = re == 34;
ekv2a = im == -14;
lösn2 = Solve@8ekv2, ekv2a<D

98a → 3, b → 5<, 9a →  $\frac{17}{5}$ , b →  $\frac{19}{5}$ ==

8a1, a2< = a •. lösn2;
8b1, b2< = b •. lösn2;
z1 = a1 + b1 * j
z2 = a2 + b2 * j

3 + 5 I

 $\frac{17}{5} + \frac{19 I}{5}$ 

```

## Uppgift 3

```

Clear["`*"D
z1 = 1 + 4 I;
r = Abs@z1D
θ = Arg@z1D

•  $\frac{17}{17}$ 

ArcTan@4D

z2 = r * Exp@θ + 1 * 2 * π * 4D;
z3 = r * Exp@θ + 2 * 2 * π * 4D;
z4 = r * Exp@θ + 3 * 2 * π * 4D;
ekv3 = Hz - z1L Hz - z2L Hz - z3L Hz - z4L == 0;
lösn3 = Solve@ekv3, zD

98z → 1 + 4 I<, 9z →  $\frac{17}{17} e^{\frac{\pi}{2} + \text{ArcTan@4D}}$ , 9z →  $\frac{17}{17} e^{\pi + \text{ArcTan@4D}}$ , 9z →  $\frac{17}{17} e^{\frac{3\pi}{2} + \text{ArcTan@4D}}$ ==

```

## Uppgift 4

```
Clear@"`*"D
P = 83, 5, -2<; Q = 8-1, 4, 7<; R = 82, 4, -9<;
PQ = Q - P; PR = R - P;
n = PQ * PR;
X = 8x, y, z<; PX = X - P;
PX . n •• Expand

16 x - 37 y + 3 z + 143
```

## Uppgift 5

```
Clear@"`*"D
linje = 3 x - 6 == y + 5 == z - 2;
sfär = Hx - 3L2 + Hy + 2L2 + Hz - 4L2 == 1;
lösn5 = Solve@linje, sfär<D

99x →  $\frac{51}{19}$ , y →  $-\frac{56}{19}$ , z →  $\frac{77}{19}$ , 8x → 3, y → -2, z → 5<=
```

I dessa punkter skär linjen sfären

```
8x1, x2< = x •. lösn5;
8y1, y2< = y •. lösn5;
8z1, z2< = z •. lösn5;
P1 = 8x1, y1, z1<; P2 = 8x2, y2, z2<;
längden = " Hx1 - x2L2 + Hy1 - y2L2 + Hz1 - z2L2
 $\frac{6}{19}$ 
```

## Uppgift 6

```
Clear@"`*"D
L1 = 3 x - 6 == y + 5 == z - 2 == t;
L2 = 4 x - 9 == 2 y + 5 == 2 - 7 z == s;
lösn6a = Solve@L1, 8x, y, z<D
lösn6b = Solve@L2, 8x, y, z<D

99x →  $\frac{6+t}{3}$ , y → -5 + t, z → 2 + t==
99x →  $\frac{9+s}{4}$ , y →  $\frac{1}{2}$  H-5 + sL, z →  $\frac{2-s}{7}$ ==
```

```

P = 82, -5, 3 < + t * 9 1/3, 1, 1 =;
Q = 9 9/4, -5/2, 2/7 = + s * 9 1/4, 1/2, -1/7 =;
v1 = 9 1/3, 1, 1 =;
v2 = 9 1/4, 1/2, -1/7 =;
avst1 = " avst1 = v1 . v1 ;
avst2 = " avst2 = v2 . v2 ;
θ = ArcCosA v1 . v2/avst1 * avst2 E " Degree •• N

58.3036

```

## Uppgift 7

```

Clear@"`*"D
S1 = x2 + y2 + z2 - 4 x + 6 y - 2 z + 10 == 0; S2 = x2 + y2 + z2 + 2 x - 2 y + 2 z - 6 == 0;

```

Kvadratkomplettering:

S1:

```

x) x2 - 4 x + (x 4/2)2 - (4/2)2 + (x - 2)2 - 4
y) y2 - 6 y + (y 6/2)2 - (6/2)2 + (y - 3)2 - 9
z) z2 - 2 z + (z 2/2)2 - (2/2)2 + (z - 1)2 - 1
x)+y)+z) in i S1=>

```

$$S1 = Hx - 2L^2 + Hy + 3L^2 + Hz - 1L^2 == 4;$$

Kvadratkomplettering:

S2:

```

x) x2 - 2 x + (x - 1)2 - 1
y) y2 - 2 y + (y - 1)2 - 1
z) z2 - 2 z + (z - 1)2 - 1
x)+y)+z) in i S2=>

```

$$S2 = Hx + 1L^2 + Hy - 1L^2 + Hz + 1L^2 == 9;$$

Dvs två sfärer, en med medelpunkt i (2,-3,1) och radien 2 och en med MP i (-1,1,-1) och radien 3.

Avståndet mellan dem måste vara vektorn mellan medelpunkterna. Fast avståndet mellan sfärernas kanter är ju vektorn mellan MP minus summan av radierna:

```

P1 = 82, -3, 1<;
P2 = 8-1, 1, -1<;
v7 = P2 - P1;
avst7a = " avst7a = v7 . v7 ;
avst7b = avst7a - H2 + 3L
-5 + • ||||/29

```

## Uppgift 8

```

Clear@"`*"D
linje8 =  $\frac{1}{4} H3 x + 1 L == \frac{1}{3} H2 - 7 y L == \frac{1}{5} H1 - 4 z L == t$ ; solve@linje8, 8x, y, z<D

99x  $\rightarrow \frac{1}{3} H - 1 + 4 t L$ , y  $\rightarrow \frac{1}{7} H2 - 3 t L$ , z  $\rightarrow \frac{1}{4} H1 - 5 t L ==$ 

v̄ = 84 • 3, -3 • 7, -5 • 4<;
plan8 = 3 x - 7 y - 4 z == 31;
n̄ = 83, -7, -4<;
α = ArcCos  $\frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{\|\vec{v}\| \|\vec{n}\|}$  Degree // N
42.0034

```

Detta är ju vinkeln mellan planets **normalvektor** och linjen.

Vinkeln mellan **planet** och linjen är således  $90^\circ - 42.0034^\circ$

```

90 - α
47.9966

```

## Uppgift 9

```

Clear@"`*"D
plan9 = 3 x + 4 y - 7 z == 55;
n̄ = 83, 4, -7<;
sfär9 = x2 + y2 + z2 + 6 x - 2 y + 2 z - 44 == 0;

```

Kvadratkomplettering:

$$x) x^2 - 6x + (x - 3)^2 - 9$$

$$y) y^2 - 2y + (y - 1)^2 - 1$$

$$z) z^2 - 2z + (z - 1)^2 - 1$$

x) y) z) in i sfär9 =>

$$\text{sfär9} = Hx + 3L^2 + Hy - 1L^2 + Hz + 1L^2 == 55;$$

En cirkel, MP: (-3,1,-1) och  $r = \sqrt{55}$

Kontrollera att inte punkten ligger i planet:

$$3 * H - 3L + 4 * 1 - 7 * H - 1L$$

2

Är inte lika med 55 (se ovan), OK!

Kortaste avståndet måste ju vara när planets normalvektor går genom mittpunkten. Dvs från sfärens mittpunkt drar man planets normalvektor tills man träffar planet.

En linje genom MP vinkelrät mot planet är:

```

n̄ = {83, 4, -7};
8x, y, z == 8 - 3, 1, -1 + t * n̄;
8x, y, z <
8 - 3 + 3 t, 1 + 4 t, -1 - 7 t <

```

In i planets ekvation:

```

ekv9 = 3 x + 4 y - 7 z == 55;
lös9a = Solve@ekv9, t
99t -> 53/74 ==

```

Så lång måste alltså t vara för att nå planet.

Avståndet är således t \* Abs[n]

```

n̄ = {83, 4, -7};
lös9b = 53/74 * n̄ . n̄
53/74

```

MEN!! Vi måste ju dra bort cirkelradien:

```

lös9b - 55
53/74 - 55

```