

## ■ Mathematica - Laboration 3 vt -99.

### Matriser och determinanter. Linjära ekvationssystem

**Förberedelser:** Läs kapitlen 16 - 18 i manualen. Denna inläsning bör göras vid dator!

**Uppgift 1** Undersök om  $\mathbf{A} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -10 & -6 & 12 \\ 8 & -4 & -18 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$  och  $\mathbf{B} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -18 & -12 & -39 \\ 9 & 6 & 21 \\ -10 & -7 & -22 \end{pmatrix}$  är varandras inverser.

Svar: Ja, A och B är varandras inverser

**Uppgift 2** För vilka värden på k är matrisen  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} k & k & -2 \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & k \end{pmatrix}$  inverterbar?

Svar: För alla  $k \neq \{-2, -1, 1\}$

**Uppgift 3** Lös ekvationssystemet 
$$\begin{cases} 3x - 2y + z + 2w = 12 \\ x - 3y + 2z + w = 14 \\ 2x + y - z + w = -2 \\ x + 4y - 3z = -16 \end{cases}.$$

Svar:  $\{x, y, z, w\} = \{2 - 3s + t, 5t, 6 - s + 7t, 5s\}$

**Uppgift 4** Lös för alla värden på konstanten p ekvationssystemet 
$$\begin{cases} px + y + 2z + w = p \\ x + py + 2z + w = p \\ x + 2y + pz + w = p \\ x + y + 2z + pw = p \end{cases}$$

Svar: För  $p \neq \{-4, 1, 2\}$

fås den entydiga lösningen  $\{x, y, z, w\} =$

$$\left\{ \frac{p}{4+p}, \frac{p}{4+p}, \frac{p}{4+p}, \frac{p}{4+p} \right\}$$

För  $p=1$  fås parameterlösningen  $\{x, y, z, w\} = \{1 - s - 3t, t, t, s\}$

För  $p=2$  fås parameterlösningen  $\{x, y, z, w\} = \{s, s, 1 - 2s, s\}$

För  $p=-4$  saknas lösning

**Uppgift 5**    Lös ekvationen  $\mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{B}$  där  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 6 & 5 \\ 3 & 9 & 1 \end{pmatrix}$  och  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 16 & 21 \\ 25 & 27 \\ 34 & 16 \end{pmatrix}$

Ledning: Gör en lämplig ansats.

Svar:  $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

**Uppgift 6**    Lös matrisekvationen  $2 \mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{B} + 3 \mathbf{X}$  där  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$   
och  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 14 & 13 \\ 33 & 57 \end{pmatrix}$

Svar:  $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

**Uppgift 7**    Bestäm med hjälp av minsta kvadratmetoden en approximativ lösning till

ekvationssystemet 
$$\begin{cases} 3x + 5y - z = -60 \\ x + 7y + 5z = 19 \\ -5x - 13y + 6z = 219 \\ x - 17y + 9z = 322 \end{cases}$$

Svar:  $\{x, y, z\} = \{2.08, -9.78, 17.1\}$

**Uppgift 8**    Under en följd av år studerades och räknades antalet individer av en utrotningshotad djurart, varvid nedanstående tabell erhöles.  
Antalet individer antas vara exponentiellt avtagande med ett samband av typen  $I = I_0 e^{-kt}$

- Bestäm detta samband med hjälp av den i *Mathematica* inbyggda funktionen "Fit". Ledning: genom att först derivera erhålles ett linjärt samband.
- Hur många individer kommer det att finnas år 2000 enligt denna modell?
- När kommer antalet individer att understiga 100 djur om utvecklingen fortsätter?
- Överkurs*: Rita det funna sambandet och observationspunkterna i samma graf.  
Läs i så fall i Help om "ListPlot"

År	Antal individer
1982	793
1984	764
1986	579
1988	492
1990	507
1992	426
1994	316
1996	270

Svar: a)  $I = 832 e^{-0.0765 t}$ , där  $t = 0$  är 1982

b) 210    c) 2010

