

■ Mathematica - Laboration 2 vt -99. Komplexa tal. Vektorer linjer och plan.

Förberedelser: Läs kapitlen 14 - 19 i manualen. Denna inläsning bör göras vid dator!

Uppgift 1 Lös ekvationen $z^5 = 7 I + 5$. Rita rötterna i det komplexa talplanet.
Rötterna utgör hörn i en regelbunden femhörning. Beräkna femhörningens omkrets och dess diagonal.
Överkursuppgift: Rita denna femhörning i det komplexa talplanet. Läs i så fall först kapitel 29.

Svar: Rötterna är $0.190285 + 1.52606 I$, $-1.39257 + 0.652552 I$
 $-1.05094 - 1.12277 I$, $0.743054 - 1.34646 I$,
 $1.51018 + 0.290608 I$

Femhörningens omkrets är 9.03945 l.e.

Femhörningens diagonal är 2.92523 l.e.

Uppgift 2 Lös ekvationen $(3 + 4 i) z + (4 - 7 i) z^* + 2 z z^* = 34 - 14 i$, där z^* är konjugatet till z .

Svar: $z_1 = 3 + 5 I$ $z_2 = \frac{17}{5} + \frac{19 I}{5}$

Uppgift 3 En av rötterna till den binomiska ekvationen $z^4 = w$, där w är ett komplext tal, är $z_1 = 1 + 4 i$. Vilken är ekvationen?

Svar: $z^4 = 161 - 240 I$

Uppgift 4 Bestäm ekvationen för ett plan genom punkterna $P = (3, 5, -2)$ $Q = (-1, 4, 7)$ och $R = (2, 4, -9)$

Svar: Planets ekvation är $143 + 16 x - 37 y + 3 z = 0$

Uppgift 5 Den räta linjen $3x - 6 = y + 5 = z - 2$ skär sfären $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 1$ i två punkter, P_1 och P_2 . Beräkna längden av sträckan $P_1 P_2$. Exakt svar erfordras.

Svar: Sträckan är $\frac{6}{\sqrt{19}}$ l.e.

Uppgift 6 Beräkna vinkeln mellan linjerna $L_1: 3x - 6 = y + 5 = z - 2$ och $L_2: 4x - 9 = 2y + 5 = 2 - 7z$.
Svara i grader.

Svar: Vinkeln är 58.3036°

Uppgift 7 Beräkna det kortaste avståndet mellan de bägge sfärerna

$$S1: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z + 10 = 0 \text{ och}$$

$$S2: x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 2z - 6 = 0$$

Exakt svar erfordras.

Svar: Avståndet är $(\sqrt{29} - 5)$ l.e.

Uppgift 8 Beräkna vinkeln mellan linjen $\frac{3x+1}{4} = \frac{2-7y}{3} = \frac{1-4z}{5}$ och planet $3x - 7y - 4z = 31$

Svar: 47.9966°

Uppgift 9 Beräkna det kortaste avståndet mellan planet $3x + 4y - 7z = 55$ och sfären

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y + 2z - 44 = 0. \text{ Exakt svar erfordras.}$$

Svar: Avståndet är $\frac{53\sqrt{74}}{74} - \sqrt{19}$ l.e.