

Kö&N

Laboration 3

Torbjörn Ohlsson
EI98T
4/12-2000

Mitt personnummer är xxxxxx-1056, således blir mina a,b,c,d -1,0,5,6

```
Clear@"*"`"D
```

```
8a, b, c, d = 81, 0, 5, 6;
```

■ Uppgift 1

Givna värden

Ett M/M/m system med ködisciplinen FCFS, där m (antal betjänare) = 32+d.

Ankomstintensiteten, [ankomster/minut]

Medelbetjäningstiden, \bar{x} [sekunder]

```
m = 32 + d;
```

```
 $\lambda = 2000 + 100 * a + 10 * b + c$ ; H*ankomster*min*L
```

```
 $\lambda = \frac{\lambda}{60}$ ; H*ankomster*sek*L
```

```
 $\bar{x} = 0.1$ ;
```

```
 $\mu = \frac{1}{\bar{x}}$ ;
```

Erbjuden trafik ρ , blir då

```
 $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ ;
```

Följande värden gäller i mitt fall

```
Print@"m = ", m, ", ",  $\lambda =$ ,  $\lambda * N$ , ", ",  $\mu =$ ,  $\mu$ , ", ",  $\rho =$ ,  $\rho$ D
```

```
m = 38,  $\lambda = 35.0833$ ,  $\mu = 10.$ ,  $\rho = 3.50833$ 
```

a) Bestäm D_m ()

D_m () är sannolikheten att alla betjänare är upptagna

$$E_m @ \rho_D = \frac{\frac{\rho^m}{m!}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho^k}{k!}} ;$$

$$D_m @ \rho_D = \frac{m * E_m @ \rho_D}{m - \rho * H1 - E_m @ \rho_D} ;$$

Print@Svar: $D_m @ \rho_D =$, $D_m @ \rho_D$

Svar: $D_m @ \rho_D = 3.26386 \times 10^{-26}$

b) Bestäm N

N : medelantal kunder i systemet

$$\bar{N} = \rho + D_m @ \rho_D * \frac{\rho}{m - \rho} ;$$

Print@Svar: $\bar{N} =$, \bar{N} , " kunder"

Svar: $\bar{N} = 3.50833$ kunder

c) Bestäm T

$$T = \frac{1}{\mu} + \frac{D_m @ \rho_D}{\mu * Hm - \rho L} ;$$

Print@Svar: $T =$, T , " sekunder"

Svar: $T = 0.1$ sekunder

d) Bestäm W

W : medelväntetid i kön

$$W = D_m @ \rho_D * \frac{1}{\mu * Hm - \rho L} ;$$

Print@Svar: $W =$, W , " sekunder"

Svar: $W = 9.46275 \times 10^{-29}$ sekunder

e) Bestäm N_s

N_s : medelantal kunder i betjänare

$$\bar{N}_s = \rho;$$

```
Print@"Svar:  $\bar{N}_s =$ ",  $\bar{N}_s$ , " kunder"
```

Svar: $\bar{N}_s = 3.50833$ kunder

f) Bestäm N_q

N_q : medelantal kunder i kö

$$\bar{N}_q = D_m @ \rho D * \frac{\rho}{m - \rho};$$

```
Print@"Svar:  $\bar{N}_q =$ ",  $\bar{N}_q$ , " kunder"
```

Svar: $\bar{N}_q = 3.31985 \times 10^{-27}$ kunder

g) & h) Bestäm p_0 och p_{a+1}

$$p_{0D} = \frac{1}{\text{Sum} \frac{\rho^k}{k!} + H \frac{\rho^m}{m!} L * I \frac{m}{m-\rho} M, 8k, 0, m-1 < E}$$

0.0299468

För $k < m$ gäller nedanstående tillståndsfördelning

$$p_{kD} := \frac{\rho^k}{k!} * p_{0D}$$

p_{a+1D}

0.184299

```
Print@"Svar: gL  $p_0 =$ ",  $p_{0D}$ 
```

```
Print@"Svar: hL  $p_{a+1} =$ ",  $p_{a+1D}$ 
```

Svar: gL $p_0 = 0.0299468$

Svar: hL $p_{a+1} = 0.184299$

■ Uppgift 2

Beräkna m , i ett M/M/m system

Medelvärde för den totala tiden i systemet får vara högst 1 minut, dvs $T \leq 1 \text{ min}$

Clear["`*"]

$\lambda = 10$, $c = 5$, $\bar{x} = 0.8$;

Ankomstintensitet $\lambda = 10$ c ankomster per minut

Medelbetjäningstiden $\bar{x} = 0.8$ minuter

$$\lambda = 10 + c$$

$$15$$

$$\bar{x} = 0.8;$$

$$\mu = \frac{1}{\bar{x}}$$

$$1.25$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$12.$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^m}{m!} L};$$

$$E_m = \frac{\frac{\rho^m}{m!}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho^k}{k!}};$$

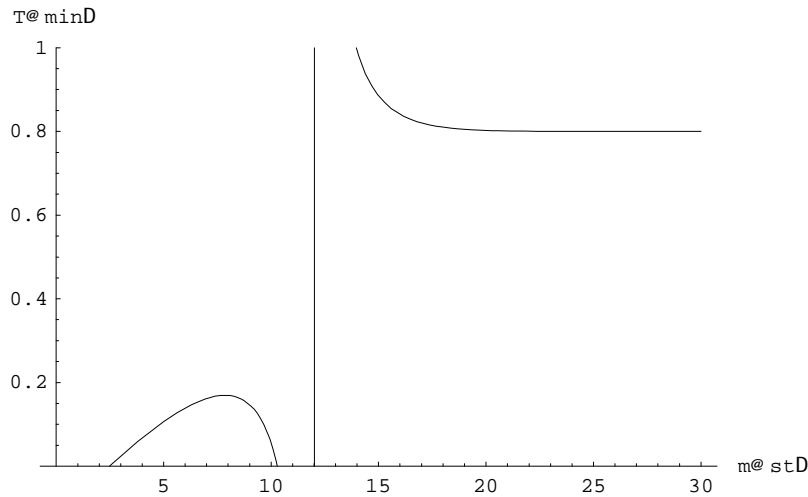
$$D_m = \frac{m * E_m}{m - \rho};$$

$$T = \frac{1}{\mu} + \frac{D_m}{m - \rho}$$

$$0.8 + \frac{0.8 * 12}{12 - 12} = 0.8 + \frac{9.6}{0} = \text{undefined}$$

Det där ser lite märkligt ut, men en plot på kurvan kanske kan reda ut saken!

```
Plot@T, {m, 0, 30}, PlotRange -> {0, 1}, AxesLabel -> {"m@stD", "T@minD"}<D;
```



i mitt fall är 12 och man kan se att då $m < 12$ betär sig kurvan märkligt, detta beroende på att i formeln $T = \frac{1}{\mu} + \frac{D_0 \rho D}{\mu H m - \rho L}$ blir nämnaren (m-) antingen negativ eller oändlig.

Vi antar därför att $m > 12$

$T < 1$ minut ser ut att inträffa då $m = 13$

```
m1 = m /. FindRoot@T == 1, {m, 13}<D
```

```
13.9586
```

13.9586 kommer att ge $T=1$ minut, således får vi ta närmast högre tal, 14 för att $T < 1$ minut

```
Print@"Svar: Det m som erfodras för att T ≤ 1 minut är 14"<D
```

```
Svar: Det m som erfodras för att T ≤ 1 minut är 14
```

■ Uppgift 3

```
Clear@"`*"<D
```

```
{a, b, c, d} = {81, 0, 5, 6};
```

Ett M/M/m *K system

Givna värden

antal betjänare m , köplatser K , ankomster/minut $\lambda = 3$
och medelbetjäningstid $x = 35$ sekunder

$$m = b + 1$$

$$1$$

$$K = d + 1$$

$$7$$

$$\lambda = \frac{3}{60} \cdot N \cdot H \cdot \text{ankomster} \cdot \text{sekund} \cdot L$$

$$0.05$$

$$\mu = \frac{1}{35} \cdot N \cdot H \cdot \text{betjänare} \cdot \text{sekund} \cdot L$$

$$0.0285714$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \cdot N$$

$$1.75$$

a) Bestäm p_0

Enligt boken

$$p_k = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k p_0 \text{ när } k \leq m$$

$$p_k = \left(\left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^m \left(\frac{\lambda}{m} \right)^{k-m} \right) p_0 \text{ när } m < k \leq m + K$$

p_0 fås genom normeringsvillkoret

$$\sum_{k=0}^{m+K} p_k = 1$$

$$\text{ekv1} = \text{SumA} \frac{\rho^k}{k!} * p_0, \{8k, 0, m\} + \text{SumB} \frac{\rho^m}{m!} L * H \rho * m L^{k-m} L * p_0, \{8k, m+1, m+K\} = 1;$$

$$\text{lös1} = \text{Solve}[\text{ekv1}, p_0]$$

$$88 p_0 \rightarrow 0.00490399 <<$$

$$p_0 = p_0 \cdot \text{lös1}[[1, 1]];$$

$$\text{Print}["\text{Svar: } p_0 = ", p_0]$$

Svar: $p_0 = 0.00490399$

b) Bestäm p_{b+1}

$$b + 1$$

$$1$$

Det är således p_1 som ska lösas

$p_k = \left(\frac{k}{b}\right) p_0$ när $k = m$ är den formel som ska användas då $m = b + 1 = 1$ och $k = m = 1$

$$p_1 = H \rho^k \cdot k! L p_0 \cdot \dots k \rightarrow 1$$

$$0.00858198$$

Print@Svar: $p_{b+1} =$, p_1

Svar: $p_{b+1} = 0.00858198$

c) Bestäm \bar{N}

Antalet kunder i systemet \bar{N} ges av följande formel

$$\bar{N} = \sum_{k=0}^{\infty} k p_k$$

$$\bar{N} = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \frac{\rho^k}{k!} \cdot p_0, \quad 0 \leq m < E + \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot H H \rho^m \cdot m! L \cdot H \rho \cdot m L^{k-m} L \cdot p_0, \quad 8k, m+1, m+K < D$$

$$6.72551$$

Print@Svar: $\bar{N} =$, \bar{N} , " kunder i systemet"

Svar: $\bar{N} = 6.72551$ kunder i systemet

d) Bestäm T

$$T_{\text{eff}} = \frac{\bar{N}}{\lambda_{\text{eff}}}$$

$$\lambda_{\text{eff}} = \left(1 - \frac{p_m}{K}\right), \quad m = 1 \text{ och } K = 7 \quad p_m = K = p_8$$

$$p_k = \left(\frac{m}{m}\right) \left(\frac{\rho}{m}\right)^k p_0 \text{ när } m = k = m = K$$

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda H 1 - H H \rho^m \cdot m! L H \rho \cdot m L^{Hm+KL-m} L \cdot p_0 L$$

$$0.0284313$$

$$T = \frac{\bar{N}}{\lambda_{\text{eff}}}$$

$$236.553$$

```
Print@"Svar: T = ", T, " sekunder"D
```

```
Svar: T = 236.553 sekunder
```

e) Bestäm W

Little's sats :

$T \times W$

$$W = T - \frac{1}{\mu}$$

```
201.553
```

```
Print@"Svar: W = ", W, " sekunder"D
```

```
Svar: W = 201.553 sekunder
```

f) Bestäm N_s

Antalet kunder i betjänare, $N_s = \lambda_{\text{eff}} \times W$

$$\bar{N}_s = \lambda_{\text{eff}} * \frac{1}{\mu}$$

```
0.995096
```

```
Print@"Svar:  $\bar{N}_s$  = ",  $\bar{N}_s$ , " kunder i betjänare"D
```

```
Svar:  $\bar{N}_s$  = 0.995096 kunder i betjänare
```

g) Bestäm N_q

Antalet kunder i kö, $N_q = \lambda_{\text{eff}} \times W$

$$\bar{N}_q = \lambda_{\text{eff}} * W$$

```
5.73042
```

```
Print@"Svar:  $\bar{N}_q$  = ",  $\bar{N}_q$ , " kunder i kö"D
```

```
Svar:  $\bar{N}_q$  = 5.73042 kunder i kö
```