

Kö&N

Laboration 2

Torbjörn Ohlsson
E198T
28/11-2000

Mitt personnummer är xxxxxx-1056, således blir mina a,b,c,d -1,0,5,6

Clear@"*"`"D

a = 1; b = 0; c = 5; d = 6;

■ Uppgift 1

Givna värden

konstanta felintensiteter

medelvärde för felsökning x $\frac{1}{1}$

felet repareras med reparationsintensitet $\frac{1}{2}$

$$\lambda = c + d + 12;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{Hc + d + 16L};$$

$$\mu_1 = \frac{1}{\bar{x}};$$

$$\mu_2 = 10 \lambda + 10 \mu_1;$$

$$\lambda = 23, \mu_1 = 27, \mu_2 = 500$$

a) Bestäm tillståndsdigram och matrisen Q

$$Q = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 \\ 0 & -\mu_1 & \mu_1 \\ \mu_2 & 0 & -\mu_2 \end{pmatrix};$$

Svar aL Matrisen $Q = \begin{pmatrix} -23 & 23 & 0 \\ 0 & -27 & 27 \\ 500 & 0 & -500 \end{pmatrix}$

Tillståndsdigram för systemet

b) Bestäm sannolikhetsvektorn $\vec{P}(t)$

Bestäm sannolikhetsvektorn $\vec{P}(t)$

$\vec{P}' = \vec{P} \cdot Q$ där $\vec{P}' = (P_0', P_1', P_2')$; $\vec{P} = (P_0, P_1, P_2)$

$$\vec{Q} = 8P_0, P_1, P_2;$$

$$\vec{P}' = \vec{P} \cdot Q$$

$$8 - 23 P_0 + 500 P_2, 23 P_0 - 27 P_1, 27 P_1 - 500 P_2$$

Ersätter P_0 , P_1 och P_2 med x , y och z för att lättare se vad jag håller på med

dvs

$$x' = 23x - 500z$$

$$y' = 23x - 27y$$

$$z' = 27y - 500z$$

$$e1 = D @ x @ tD, tD == -23 x @ tD + 500 z @ tD;$$

$$e2 = D @ y @ tD, tD == 23 x @ tD - 27 y @ tD;$$

$$e3 = D @ z @ tD, tD == 27 y @ tD - 500 z @ tD;$$

Begynselvillkor $P_0(0) = 1, P_1(0) = 0, P_2(0) = 0$, dvs vi utgår från att vi alltid börjar i den fungerande delen.

$$b1 = x @ 0D == 1;$$

```

b2 = y@0D == 0;

b3 = z@0D == 0;

lös1 = DSolve@8e1, e2, e3, b1, b2, b3<, 8x@tD, y@tD, z@tD<, tD;

P0@t_D = x@tD . lös1@@1DD;

P1@t_D = y@tD . lös1@@1DD;

P2@t_D = z@tD . lös1@@1DD;

P@t_D = 8P0@tD, P1@tD, P2@tD<;

```

Svar bL Hanges här numeriskt med två decimaler, då det blir lättare att tyda.

Sannolikhetsvektorn $P@tD = 80.22 H2.4 - 0.013 2.71828^{-498.616 t_-} + 2.1 2.71828^{-51.3843 t_-} L,$
 $0.11 H4. + 0.0013 2.71828^{-498.616 t_-} - 4. 2.71828^{-51.3843 t_-} L,$
 $0.024 + 0.0028 2.71828^{-498.616 t_-} - 0.027 2.71828^{-51.3843 t_-} <$

c) Bestäm $AV(t)$ och $AV()$

Tillstånden för detta system kan beskrivas:

<u>Tillstånd</u>	<u>Betydelse</u>
0	Systemet helt och arbetar
1	Systemet är sönder och analys av fel pågår
2	Systemet är sönder och under reparation

$AV(t)$, (tillgängligheten) för systemet blir

$AV(t) = P(\text{systemet ej i analys och reparation}) = P(\text{sytemet helt och arbetar}) = P_0(t)$

$AV@t_D = P_0@tD;$

Svar cL

$AVHtL = 1. - 0.11 H4. + 0.0013 2.71828^{-498.616 t_-} - 4. 2.71828^{-51.3843 t_-} L$
 $H0.024 + 0.0028 2.71828^{-498.616 t_-} - 0.027 2.71828^{-51.3843 t_-} L$

$AVH\infty L = 0.526912$

d och e) Bestäm MTTF och MTBF

Medeltid till första fel MTTF $\frac{1}{\lambda}$

Medeltid mellan fel MTBF $\frac{1}{\lambda + \mu_1 + \mu_2}$

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda};$$

$$\text{MTBF} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2};$$

Svar dL MTTF är $\frac{1}{23}$ eller numeriskt 0.0434783 tidsenheter

eL MTBF är $\frac{25621}{310500}$ eller numeriskt 0.0825153 tidsenheter

■ Uppgift 2

Clear@"*"D;

Givna värden samt beräkna minsta värdet på C, Kapaciteten (C_{\min})

8a, b, c, d = 81, 0, 5, 6;

Meddelanden ankommer med en intensitet som är given i meddelanden / minut, men vi gör om det till meddelanden / sekund istället, då C (CC) efterfrågas i den enheten. Meddelandelängden har medelvärde $v = 1000$ bitar.

$$v = 1000;$$

$$\lambda = \frac{100 + c}{60};$$

$$T_0 = c + d + 1;$$

N $\frac{1}{T}$

T $(1 - \rho)$

Betjäningstiden :

Kapaciteten	bitar sekund	bitar	meddelande	meddelande	CC
meddelande längd	bitar meddelande	sekund	bitar	sekund	v

$$T = \frac{1}{\mu - \lambda};$$

$$\mu = \frac{CC}{v};$$

Needs@"Algebra`InequalitySolve`"

oliklösnl = InequalitySolve@ $T \leq c + d + 1$, CCD

$$CC < 1750 \text{ \&Amp; } CC \geq \frac{5500}{3}$$

oliklösnl •• N

$$CC < 1750. \text{ \&Amp; } CC \geq 1833.33$$

$$C_{\min} = \frac{5500}{3};$$

Print@"Svar: Den minsta Kapaciteten är $C_{\min} =$ ", N@ C_{\min} , 6DD;

Svar: Den minsta Kapaciteten är $C_{\min} = 1833.33$

a) Bestäm

Print@"Svar: $\mu =$ ", N@ μ •. CC → C_{\min} , 4D, " @meddelanden•sekundD"D;

Svar: $\mu = 1.833$ @meddelanden•sekundD

b) Bestäm T

Print@"Svar: $T =$ ", N@ T •. CC → C_{\min} , 4D " @sekunderD"D;

Svar: $T = 12.$ @sekunderD

c) Bestäm N

N : medelantal kunder i systemet

$$\bar{N} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \text{ •. CC } \rightarrow C_{\min};$$

Print@"Svar: $\bar{N} =$ ", \bar{N} , " @kunderD"D;

Svar: $\bar{N} = 21$ @kunderD

d) Bestäm W

W : medelväntetid i kön

Little's sats $T = W + x$; där x^{-1} (medeltid i betjänaaren) ger:

$$\bar{x} = \frac{1}{\mu};$$

$$W = T - \bar{x} \cdot CC \rightarrow C_{\min};$$

```
Print@"Svar: W = ", N@W, 6D, "@sekunderD";
```

Svar: W = 11.4545@sekunderD

e) Bestäm $(N)_s$

N_s : medelantal kunder i betjänaare

Little's sats $N_s = \lambda_{\text{eff}} \cdot x$; där λ_{eff} i vårt fall ger :

$$\bar{N}_s = \lambda \cdot \bar{x} \cdot CC \rightarrow C_{\min};$$

```
Print@"Svar: N_s = ", N@N_s, 4D, "@kunderD";
```

Svar: N_s = 0.9545@kunderD

f) Bestäm $(N)_q$

Little's sats säger att $N = N_s + N_q$

$$\bar{N}_q = \bar{N} - \bar{N}_s;$$

$$\bar{N} == \bar{N}_q + \bar{N}_s$$

True

Stämmer bra!

```
Print@"Svar: N_q = ", N@N_q, 6D, "@kunderD";
```

Svar: N_q = 21.9545@kunderD

g) Bestäm $P(s > t)$, där $t = 5c + 5d + 5$

$P(s > t)$ är sannolikheten att totala tiden i systemet blir längre än t.

ur boken fås formeln $P(s > t) = 1 - (\quad)^t$

således är $P(s > t) = 1 - P(s \leq t)$

$$P@{\tilde{s}} \leq tD = 1 - e^{-H\mu - \lambda L t};$$

$$P@{\tilde{s}} > tD = 1 - P@{\tilde{s}} \leq tD$$

$$E^{|\frac{7}{4} - \frac{CC}{1000}| M t}$$

$$P@t_D := E^{|\frac{7}{4} - \frac{CC}{1000}| M t} \bullet . CC \rightarrow C_{\min}$$

$$t = 5 * c + 5 * d + 5;$$

$$\text{Print@\"Svar: } P@{\tilde{s}} > 5c+5d+5D = \text{\", N@P@tD, 3DD};$$

$$\text{Svar: } P@{\tilde{s}} > 5c+5d+5D = 0.00674$$

g) Bestäm $P(w \leq t)$, där $t = 5c + 5d + 5$

$P(w \leq t)$ är sannolikheten att väntetiden i systemet blir längre än t .

$$P(w \leq t) = 1 - ()^t$$

således är $P(w \leq t) = 1 - P(w > t)$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu};$$

$$P@{\tilde{w}} \leq tD = 1 - \rho * e^{-H\mu - \lambda L t};$$

$$P@{\tilde{w}} > tD = 1 - P@{\tilde{w}} \leq tD$$

$$\frac{1750 E^{60 |\frac{7}{4} - \frac{CC}{1000}| M}}{CC}$$

$$P@t_D := \frac{1750 E^{60 |\frac{7}{4} - \frac{CC}{1000}| M}}{CC} \bullet . CC \rightarrow C_{\min}$$

$$\text{Print@\"Svar: } P@{\tilde{w}} > 5c+5d+5D = \text{\", N@P@tD, 3DD};$$

$$\text{Svar: } P@{\tilde{w}} > 5c+5d+5D = 0.00643$$