Svar till valda uppgifter i Johnson & Wichern 1998

9.1 $L = (0.9, 0.7, 0.5)$

$$LL' = \begin{pmatrix} 0.81 & 0.63 & 0.45 \\ 0.63 & 0.49 & 0.35 \\ 0.45 & 0.35 & 0.25 \end{pmatrix}$$

och alltså $\boldsymbol{\rho} = LL' + \Psi$.

9.2

9.3 a) $L = \sqrt{\lambda_1}\boldsymbol{e}_1 = \sqrt{1.96}\begin{pmatrix} 0.625 \\ 0.593 \\ 0.507 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.876 \\ 0.831 \\ 0.711 \end{pmatrix}.$

b) Proportionen av den totala variansen är $\lambda_1/p = 1.96/3 = 0.65$.

9.4

9.5

9.6

9.7

9.8 $\Sigma = LL' + \Psi$, för $m = 1$ ges

$$\begin{pmatrix} 1 = \ell_{11}^2 + psi_1 & 0.4 = \ell_{11}\ell_{21} & 0.9 = \ell_{11}\ell_{31} \\ & 1 = \ell_{21}^2 + \psi_2 & 0.7 = \ell_{21}\ell_{31} \\ & & 1 = \ell_{31}^2 + \psi_3 \end{pmatrix}$$

Då $\frac{\ell_{11}}{\ell_{21}} = \frac{0.9}{0.7}$ och $\ell_{11}\ell_{21} = 0.4$ blir $\ell_{11}^2 = (0.9/0.7) \cdot 0.4$ och $\ell_{11} = \pm 0.717$. Då blir $\ell_{21} = \pm 0.558$ och $\ell_{31} = \pm 1.255$. Alla laddningar har samma tecken eftersom alla covarianser är positiva. Då fås

$$LL' = \begin{pmatrix} 0.514 & 0.4 & 0.9 \\ 0.4 & 0.3111 & 0.7 \\ 0.9 & 0.7 & 1.575 \end{pmatrix}$$

Vidare blir då $\psi_3 = 1 - 1.575 = -0.575$ vilket är orimligt för en varians.

9.13 Ekvation (9.40) kräver att $m < \frac{1}{2}(2p + 1 - \sqrt{8p+1})$. Här är $m = 1$ och $p = 3$ och olikheten gäller då inte strikt.